

## APLICAÇÃO DE CONCEITOS FÍSICOS E MATEMÁTICOS PARA A MEDIÇÃO DE ALTURAS EM AMBIENTES REAIS

COELHO, Pedro Henrique Mota<sup>1</sup>; OLIVEIRA, José Mateus Pereira<sup>2</sup>; PEREIRA, Dorian Soares<sup>3</sup>; TRAVASSOS, Marco Antonio<sup>4</sup>

Universidade do Estado do Pará; <sup>1</sup>pedro.hm.coelho@aluno.uepa.br; <sup>2</sup>jose.mp.oliveira@aluno.uepa.br; <sup>3</sup>doriansoares14@gmail.com; <sup>4</sup>marco.a.travassos@uepa.br

### INTRODUÇÃO

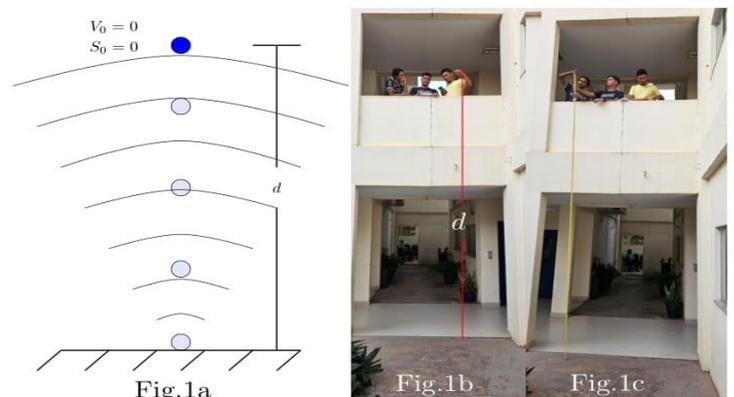
Este trabalho apresenta uma metodologia prática para calcular alturas utilizando os conceitos físicos de velocidade de propagação do som e de objeto em queda livre, aliados a ferramentas matemáticas, como equações de 1º e 2º grau. O método consiste em soltar um objeto da altura que se deseja conhecer e cronometrar o tempo que ele leva para atingir o solo somado ao tempo que o som leva para percorrer a distância de volta até os nossos ouvidos. Essa abordagem pode ser aplicada na medição de janelas, edifícios, pontes e outras estruturas. O objetivo desse trabalho é mostrar como física e matemática podem ser usadas de forma divertida e integrada para resolver problemas práticos de medição em diferentes ambientes.

### MATERIAIS E MÉTODOS

Para apresentar a metodologia, considere inicialmente um objeto sendo solto de uma altura  $d$ , conforme ilustrado na Figura 1(a). Ao ser largado para cair o objeto se desloca até atingir o solo. Para esta metodologia algumas considerações foram feitas: a pedra cai com aceleração constante de  $9,81 \text{ m/s}^2$ ; o som se propaga em velocidade constante de aproximadamente  $343 \text{ m/s}$ ; a pedra atinge o solo antes de atingir a sua velocidade terminal.

A equação que descreve a distância que a pedra percorre em função do tempo (Halliday et al., 2012) é apresentada na Eq. (1) abaixo, onde  $S_0$  é a posição inicial do objeto,  $V_0$  é a velocidade inicial do objeto,  $a$  é a aceleração do objeto,  $t$  é o tempo transcorrido e  $S$  é a distância per-

Figura 1. (a) esquema da bola caindo; (b) foto do parapeito com a altura a ser calculada; (c) foto da verificação com a trena da altura real.



Fonte: os autores

$$S = S_0 + V_0t + 0,5a\frac{t^2}{2} \quad (1)$$

Anais da I Feira de Ciências Naturais da UEPA/IFPA-Rural em Marabá: Ciência e Sustentabilidade

corrida pelo objeto no instante  $t$  (Young e Freedman, 2016). Um outro conceito que precisamos abordar para desenvolver a metodologia é o da velocidade do som. Na Física, a velocidade de propagação do som é a taxa na qual as ondas sonoras se deslocam através de um meio, como ar, água ou sólidos. Essa velocidade varia de acordo com as propriedades do meio, como densidade do meio por exemplo. No ar, a velocidade do som é de aproximadamente 343 metros por segundo a  $20^{\circ}\text{C}$ , mas essa velocidade pode aumentar com a temperatura (Nussenzveig, 2018). Dessas considerações podemos escrever:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = 343 \text{ m/s} \quad (2)$$

onde  $\Delta s$  é a distância percorrida pelo som no intervalo de tempo  $\Delta t$ . As Eqs. (1) e (2) formam a base para o desenvolvimento da metodologia.

Agora, imagine um objeto sólido (uma pedra, por exemplo) deixada para cair de uma altura  $d$  que se deseja medir. Ao ser solto, o objeto percorre a altura  $d$ , colide com o solo produzindo um som e esse som percorre o caminho de queda de volta até chegar aos nossos ouvidos. Seja  $t_T$  o tempo total cronometrado que o objeto levou para cair até o solo mais o tempo que o som levou para chegar aos nossos ouvidos. A Figura 1(a) apresenta um esquema de tal situação. Seja  $t_q$  o tempo de queda do objeto e  $t_s$  o tempo que o som levou até chegar aos nossos ouvidos. Assim, é válida a equação abaixo:

$$t_T = t_q + t_s. \quad (3)$$

Observe que a distância  $d$  que a pedra cai é a mesma distância que o som percorre até os nossos ouvidos (ver Figura 1(a)). Das Equação Eq. (1) e (2) segue que  $d = \frac{9,81}{2}(t_q)^2$  e  $d = 343t_s$ . Igualando as duas equações temos que  $t_s = 0,0143(t_q)^2$ . Da Eq. (3) segue que  $t_s = t_T - t_q$ . Assim, das últimas duas equações segue que  $0,0143(t_q)^2 = t_T - t_q$ , que implica em

$$0,0143(t_q)^2 + t_q - t_T = 0. \quad (4)$$

Observe que a Eq. (4) é uma equação de segundo grau. Considerando que  $t_T$  é sempre positivo, a equação terá sempre duas soluções reais e distintas sendo uma positiva e outra negativa. A solução positiva corresponde ao valor de  $t_q$ . Conhecido o valor de  $t_q$ , usamos a Eq. (3) para descobrir tempo do som subindo  $t_s$ . Conhecido o tempo que o som demorou para subir  $t_s$ , substituímos esse valor na Eq. (2) para descobrir a distância  $d$  que ele percorreu, que é a mesma distância que a pedra caiu.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A metodologia foi aplicada para o cálculo da altura  $d$  ilustrada na Figura 1(b). A imagem mostra um parapeito que está situado no 1º andar do bloco 4, da Universidade do Estado do Pará (UEPA), campus de Marabá-PA. A altura  $d$  a ser calculada corresponde a altura do ouvido do aluno da direita (camiseta amarela) até o térreo, conforme ilustrado nesta figura. O aluno segurou uma borracha na altura do ouvido e soltou o objeto ( $V_0 = S_0 = 0$ )

Anais da I Feira de Ciências Naturais da UEPA/IFPA-Rural em Marabá: Ciência e Sustentabilidade

que por gravidade atinge o solo (térreo). Ao mesmo tempo que o objeto é soltado um cronômetro é disparado e pausado assim que o som do objeto atingindo o solo (térreo) é escutado. Esse procedimento foi repetido por 5 vezes e os tempos computados pelo cronômetro estão dispostos na Tabela 1 abaixo. Após os cinco lançamentos a média foi calculada e utilizada como tempo total  $t_T$ . Neste caso, encontramos  $t_T = 0,96$ . Substituindo esse valor na Eq. (4) teremos  $0,0143(t_q)^2 + t_q - 0,96 = 0$ . Resolvendo a equação do 2º grau encontramos a seguinte raiz positiva  $t_q = 0,9472$ . Substituindo esse valor na Eq. (3) encontramos que o tempo que o som viajou foi  $t_s = 0,96 - 0,9472 = 0,0128$ . Substituindo esse valor na Eq. (2) encontramos  $d = 343 \times 0,0128 = 4,39$ , ou seja,  $d = 4,4$  metros. Num segundo momento, com o auxílio de uma trena, foi medido o valor real da altura  $d$ , conforme ilustrado na Figura 1(c). O valor real encontrado foi de exatos 5 metros. Assim, com o método apresentado foi possível obter um valor que representa uma cerca de 90% do valor real.

Tabela 1. Lançamentos e tempos totais ( $t_T$ ) em segundos computados no cronômetro

Lançamentos	Tempo total (seg)
1º	0,97
2º	1
3º	1
4º	0,8
5º	1,03
<b>MÉDIA</b>	<b>0,96</b>

Fonte: os autores

É importante ressaltar que é esperado encontrar um valor aproximado, pois foram feitas várias suposições. As Equações (1) e (2) são modelos matemáticos que apesar de terem uma boa precisão, ainda sim são aproximações. Além disso, outras suposições foram feitas como, por exemplo, o objeto deixado para cair (borracha) atinge o chão antes de atingir a sua velocidade terminal. Além disso, ao efetuar os cálculos matemáticos, cometemos erros de arredondamentos. Todos esses processos fazem com que encontramos um valor aproximado, mas apesar das aproximações feitas, é um valor muito próximo do real.

## CONCLUSÕES

O estudo apresentou uma metodologia eficaz para o cálculo aproximado de alturas utilizando conceitos de física e matemática, especificamente a propagação do som, corpo em queda livre e equações do 1º e 2º grau. A aplicação prática do método mostrou-se precisa ao medir a altura de um parapeito do bloco 4 da UEPA de Marabá, demonstrando que conceitos teóricos podem ser usados de maneira simples e divertida em contextos cotidianos. Este trabalho contribui para a área de ensino de ciências ao fornecer uma técnica acessível e replicável, que pode ser utilizada em experimentos educacionais para ilustrar a aplicação de conceitos fundamentais de física e matemática.

Anais da I Feira de Ciências Naturais da UEPA/IFPA-Rural em Marabá: Ciência e Sustentabilidade

## REFERÊNCIAS

- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física, volume 1: mecânica**. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v.1.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor**. 5. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2018. v. 2.
- YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física I, Sears e Zernansky: mecânica**. Tradução: Daniel Vieira. 14. ed. São Paulo: Pearson Education, 2016.